wdv-notes 199
Stand: 10.AUG.1993 (4.)
Wiss.Datenverarbeitung
FREIE UNIVERSITÄT BERLIN

Farben in der Signaldatenverarbeitung.

© 1984–1993 *Karl-Heinz Dittberner*

Theo

Jeder Körper emittiert aufgrund seiner Temperatur Strahlung, d. h. elektromagnetische Wellen. Elektromagnetische Wellen im Frequenzbereich von 380...790 THz ($T=10^{12}$) sind für das menschliche Auge sichtbar und werden als *Lichtstrahlung* (kurz *Licht*) bezeichnet.

Licht, das alle Frequenzen bzw. Wellenlängen des sichtbaren Bereichs enthält, ist *weißes Licht*. Lichtstrahlung, die nur Teilbereiche der Wellenlängen enthält, wird vom menschlichen Auge zusammen mit dem Zentralnervensystem (Sehzentrum) als *Farbe* wahrgenommen, wobei die Farbempfindung – genauer der *Farbton* – vom Verlauf der spektralen Energieverteilung $F(\lambda)$ abhängt.

In diesem Merkblatt sind die wichtigsten Grundlagen und Zusammenhänge der Fotometrie und Colorimetrie zusammengefaßt [1–3], wie sie zur Kennzeichnung von Farben – insbesondere für Anwendungen bei der Signaldatenverarbeitung und der Visualisierung von wissenschaftlichen Daten (z. B. Ausgabe von Farbgrafik) – benötigt werden.

1. Definition von Größen und Notation:

Die mit ⊗ versehenen Größen der Fotometrie sind physiologische, d. h. bewertete physikalische Größen.

$[\ldots]$ = SI - Einheit der Größe ...
t = Zeit; $[t] = \mathrm{s}$.
A = Fläche des Strahlers.
Ω = Raumwinkel = Kugelfläche A/r^2; $[\Omega] = \mathrm{sr} = \frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{m}^2} = 1$.
T = Temperatur der Strahlungsquelle; $[T] = \mathrm{K}$.
W = Strahlungsenergie; $[W] = \mathrm{J} = \mathrm{Ws}$.
Φ_e = Lichtfluß (Leistung des Strahlers); $[\Phi_e] = \mathrm{W}$.
Φ = ⊗ Lichtstrom (luminous flux); $[\Phi] = \mathrm{Lumen} = \mathrm{lm}$.
I_e = Strahlstärke; $[I_e] = \mathrm{W/sr}$.
I = ⊗ Lichtstärke (luminous intensity); $[I] = \mathrm{cd} = \mathrm{lm/sr}$.
L = ⊗ Leuchtdichte (luminance); $[L] = \mathrm{cd}/\mathrm{m}^2$.
Q = ⊗ Lichtmenge; $[Q] = \mathrm{lm \cdot s}$.
E = ⊗ Beleuchtungsstärke (illuminance); $[E] = \mathrm{lx} = \mathrm{lm}/\mathrm{m}^2$.
H = ⊗ Belichtung; $[H] = \mathrm{lx \cdot s} = \mathrm{lm \cdot s}/\mathrm{m}^2$.
$V(\lambda)$ = ⊗ Spektraler Hellempfindlichkeitsgrad (relative luminous efficiency); international vereinbarte Kurve.
$K(\lambda)$ = Fotometrisches Strahlungsäquivalent; $[\mathrm{K}] = \mathrm{lm/W}$.
$= \Phi/\Phi_e = K_m \cdot V(\lambda)$; K_m = Maximum von $V(\lambda)$.
K_m = 683 lm/W bei $\lambda = 555$ nm.
$F(\lambda)$ = Spektrale Energieverteilung einer Farbe; $[F] = \mathrm{W/m}$.

$\pi = 3{,}141\,592\,654\ldots$
e = Eulersche Zahl = $2{,}718\,281\,828\ldots$
c = Lichtgeschwindigkeit bzw. Phasengeschwindigkeit des Lichts in einem Medium (Stoff); $[c] = \mathrm{m/s}$.
c_0 = Lichtgeschwindigkeit im Vakuum = $1/\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}$
$= 2{,}997\,924\,58 \cdot 10^8$ m/s.
f = Frequenz der elektromagnet. Welle (Licht); $[f] = \mathrm{Hz}$.
$\lambda = c/f$ = Wellenlänge des Lichts in einem Stoff; $[\lambda] = \mathrm{m}$.
$\lambda_0 = c_0/f$ = Wellenlänge des Lichts im Vakuum; $[\lambda_0] = \mathrm{m}$.
n = Brechzahl (früher Brechungsindex); $[n] = 1$.
μ_0 = Magnetische Feldkonstante im Vakuum = $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m
$= 1{,}236\,637\,061\,4 \cdot 10^{-6}$ H/m oder Vs/Am.
ε_0 = Elektrische Feldkonstante im Vakuum = $1/\mu_0 c_0^2$
$= 8{,}854\,187\,817 \cdot 10^{-12}$ F/m oder As/Vm.
ε_r = Dielektrizitätszahl eines Stoffes; $[\varepsilon_r] = 1$.
ε = Dielektrizität (Permittivität) = $\varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r$;
$[\varepsilon] = \mathrm{C/m} = \mathrm{As/Vm}$.
μ_r = Magnet. Permeabilitätszahl eines Stoffes; $[\mu_r] = 1$.
μ = Magnet. Permeabilität = $\mu_0 \cdot \mu_r$; $[\mu] = \mathrm{H/m} = \mathrm{Vs/Am}$.
h = PLANCK - Konstante (Wirkungsquantum)
$= 6{,}626\,075\,5 \cdot 10^{-34}$ J s.
k = BOLTZMANN - Konstante = $1{,}380\,658 \cdot 10^{-23}$ J/K.

2. Grundgesetze der Fotometrie:

Die gesamte Strahlungsleistung, die eine Lichtquelle emittiert ist der *Lichtfluß* (Strahlungsfluß)

$$\Phi_e = \frac{W}{t}\left(= \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t}\right) = \int_{\lambda=0}^{\infty} F(\lambda)\,\mathrm{d}\lambda, \qquad (1)$$

wobei $F(\lambda)$ die *spektrale Energieverteilung* ist. Für einen schwarzen Strahler ist $F(\lambda)$ nach dem Planckschen Strahlungsgesetz eine Funktion von Temperatur T und Wellenlänge λ:

$$F(\lambda) = \frac{2\pi \cdot h c_0^2}{\lambda^5} \cdot \frac{A}{e^{\frac{h c_0}{k \lambda T}} - 1} \qquad (2)$$

In der Fotometrie wird das Licht nicht nach seiner Energie oder Leistung bewertet, sondern es wird die *Helligkeitsempfindung*, die die sichtbare elektromagnetische Energie im menschlichen Sehsystem auslöst, zugrunde gelegt. Diese ist abhängig von der Wellenlänge. Deshalb ist ein spektraler *Hellempfindlichkeitsgrad* $V(\lambda)$ festgelegt worden (Abb. 1), der auf den maximalen Wert bei der Wellenlänge λ = 555 nm (Nanometer) normiert ist.

$$K(\lambda) = \frac{\Phi}{\Phi_e} = K_m \cdot V(\lambda). \qquad (3)$$

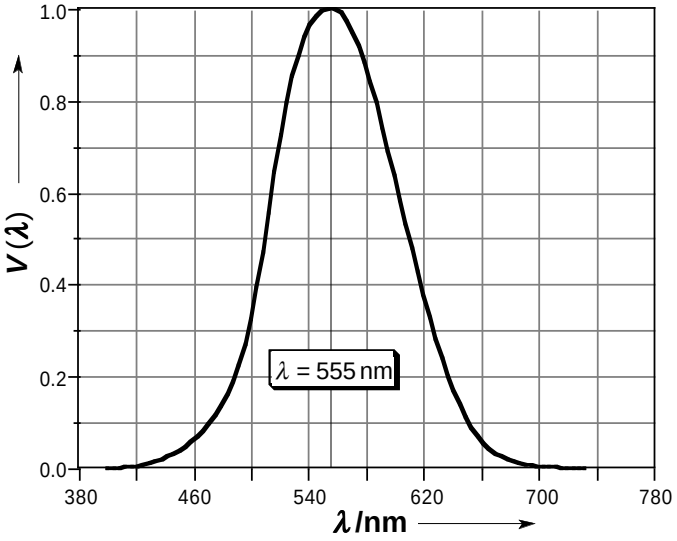


Abb. 1: Spektraler Hellempfindlichkeitsgrad V(λ) des menschlichen Sehsystems. Norm der Commission Internationale de l'Eclairage (CIE) für das photoptische Tagessehen (Farbsehen) [1].

Dieses ist das *fotometrische Strahlungsäquivalent* $K(\lambda)$. Es bildet die Brücke zwischen den physikalischen und den physiologischen Größen. Damit läßt sich der von einer

Die 1. Edition erschien 1984 als handgeschriebenes Merkblatt.

Lichtquelle (1) hervorgerufene Sinneseindruck der Helligkeit durch den Lichtstrom Φ beschreiben mit:

$$\Phi = \Phi_e \cdot K_m \cdot V(\lambda) = K_m \cdot \int_{\lambda=0}^{\infty} V(\lambda) \cdot F(\lambda)\, \mathrm{d}\lambda . \qquad (4)$$

Weiterhin gelten folgende Beziehungen zwischen den physiologischen Größen der Fotometrie:

Lichtstrom (luminous flux): $\Phi = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$ (5)

Lichtstärke (luminous intensity): $I = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$ (6)

Leuchtdichte (luminance): $L = \frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}A} = \frac{\mathrm{d}^2\Phi}{\mathrm{d}\Omega\,\mathrm{d}A}$ (7)

Beleuchtungsstärke (illuminance): $E = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}A_E}$ (8)

Belichtung: $H = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}A_E}$ (9)

In Gl. (8) und (9) ist A_E die vom Lichtstrom Φ getroffene Fläche, die Empfängerfläche.

3. Die Lichtgeschwindigkeit:

Die Frequenz von *monochromatischem* Licht ist konstant und nicht vom Medium abhängig. Die Wellenlänge λ hingegen hängt von der *Phasengeschwindigkeit* (Ausbreitungsgeschwindigkeit) des Lichts c im jeweiligen Medium ab. In allen Medien ist die Lichtgeschwindigkeit *kleiner* als im Vakuum (c_0). Nach der Maxwellschen Theorie ergibt sich für elektromagnetische Wellen mit $S = 0$ und $\rho = 0$ aufgrund der Wellengleichung in [4]:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\varepsilon_r\mu_0\mu_r}} = \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} \approx \frac{c_0}{\sqrt{\varepsilon_r}}, \qquad (10)$$

womit sich für die *Wellenlänge* λ in einem Medium ergibt:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r\mu_r}} \cdot \frac{c_0}{f} \approx \frac{\lambda_0}{\sqrt{\varepsilon_r}} . \qquad (11)$$

In den Gl. (10) und (11) kennzeichnen die Materialkonstanten ε_r und μ_r das Medium, in dem sich die elektromagnetischen Wellen ausbreiten. Für Licht gilt $\mu_r \approx 1$.

4. Die Spektralfarben:

Trifft weißes Licht (alle Frequenzen) auf (z. B.) ein Glasprisma, so wird es in seine Bestandteile (Frequenzen) zerlegt. Nach dem *Brechungsgesetz* gilt für den Übergang vom Vakuum – für Luft näherungsweise – in ein Medium die Brechzahl n:

$$n = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_0}{c} = \sqrt{\varepsilon_r\mu_r} \approx \sqrt{\varepsilon_r} . \qquad (12)$$

Mit $c = \lambda \cdot f$ ergibt sich daraus dann:

$$n = n(\lambda) = \frac{c_0}{\lambda \cdot f} = \frac{\lambda_0}{\lambda} . \qquad (13)$$

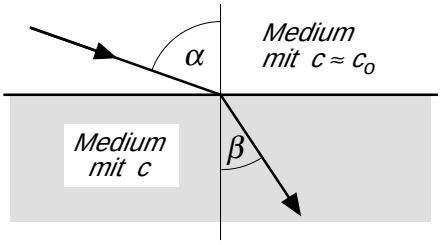


Abb. 2: Übergang eines Lichstrahls von Luft in ein dichteres Medium.

Da also die Brechzahl n und damit die Ablenkung von der Wellenlänge λ abhängig ist, wird das „Frequenzgemisch“ (weißes Licht) zerlegt.

Dabei wird das Licht mit höheren Frequenzen (kleinere λ) stärker abgelenkt als das Licht mit niedrigeren Frequenzen (größeres λ). Es ergibt sich ein kontinuierliches Farbband („Spektrum“) mit unendlich vielen Farbtönen (Spektralfarben) vom Infrarot bis zum Ultraviolett, die sich nicht weiter zerlegen lassen:

Infrarot – Rot – Orange – Gelb – Grün – Blau – Violett – Ultraviolett								
f =	380	476	508	525	606	690	790	THz
λ =	790	630	590	570	495	435	380	nm

5. Die Farbmischung (Dreifarbentheorie):

Das folgt in einer der nächsten Editionen.

6. Die Colorimetrie:

Das folgt in einer der nächsten Editionen.

7. Das Farbdreieck (Spektralfarbenzug):

Das folgt in einer der nächsten Editionen.

8. Das RGB-Farbsystem:

In dieser Edition soll nur auf die Darstellung des Rot-Grün-Blau-Farbsystems (RGB) als „Farbwürfel“ eingegangen werden, da dieser fürs Verständnis wesentlich ist.

Mehr folgt in der nächsten Edition.

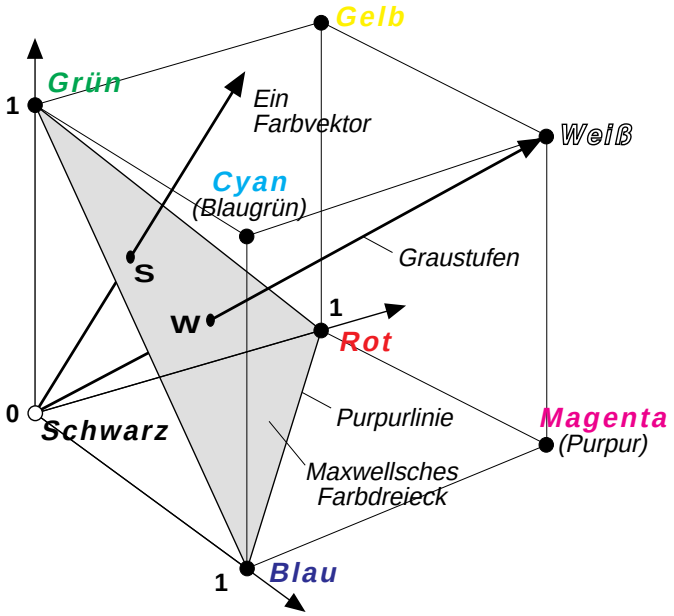


Abb. 3: Farbraum der primären Farbreize Rot, Grün, Blau. Auf dem Vektor vom Nullpunkt (Schwarz) bis zum Weißpunkt liegen alle Graustufenwerte.

9. Die Farbkoordinaten-Systeme:

Das folgt in einer der nächsten Editionen.

10. Literatur:

[1] The Science of Color. New York: Crowell 1953.

[2] Pratt, W. K.: Digital Image Processing. New York: Wiley 1978. ISBN: 0-471-0188-0. Preis: 225,50 DM. – [BU 755]

[3] Kuchling, H.: Taschenbuch der Physik. Thun: Harri Deutsch 1989 (12. Auflage). ISBN: 3-8171-1020-0. Preis: 26,— DM. – [BU 741]

[4] Dittberner, K.-H.: Darstellung von langsam veränderlichen Feldern. FU Berlin (IfP): wdv-notes Nr. 46, 1989–1992.